ЕНТРОПИЈА И ИНЕРЦИЈА
питања и одговори

Растко Вуковић

неформални текст

25. август 2016.

Растко Вуковић:
ЕНТРОПИЈА И ИНЕРЦИЈА - питања и одговори

Предговор

Ово је заједнички садржај свески Ентропија I и II, наведених на крају. Оне су покушаји да на једноставнији начин објасним како из принципа вероватноће (најчешће се догађа оно што је највероватније) следи закон раста ентропије (природа спонтано тежи стањима са већом или истом ентропијом), затим Други закон термодинамике (топлота спонтано прелази за топлијих на хладнија тела), а затим и Њутнов закон инерције (тело остаје у стању мировања или једноликог праволинијског кретања све док на њега не делује неко друго тело или сила). У другој свесци је то исто подвучено са мало више аналитике, да би се показала сагласност ове теорије и са гравитациојом, са класичном Њутновом механиком и Ајнштајновом општом теоријом релативности.

Потсећам читаоца да су моја гледишта веома оригинална и да не би било у реду препричавати их (плагирати) или користити у другим радовима, симулирајући да она немају порекло.

Растко Вуковић, август 2016.

Sadržaj

Glava 1

Ентропија I

1.1 Шта је то принцип вероватноће?

Оно што је вероватније дешава се чешће.

То је то правило рада са вероватноћама које заправо стално и толико подразумевамо да га и не примећујемо нити га исказујемо експлицитно.

На пример, ако на датом месту на цести бројимо аута и возаче који користе појас и нађемо да на сваких сто возача то чини њих седамдесет, рећи ћемо да 70 одсто возача користи појас. Другим речима, вероватноћа да је поједини возач користио појас била је 0,70. Што је тај број (од нула до један) већи, већа је вероватноћа да је одређени возач имао појас, односно употреба појаса је приликом бројања била чешћа појава.

1.2 Како се распоређују молекуле гаса у соби?

Распоређују се равномерно, избегавајући гомилање, јер је то за њих највероватнији распоред.

Болцман[1] је истраживао ту појаву означавајући са W број могућих начина да молекуле заса у соби заузму одређени распоред и нашао да је логаритам тог броја ентропија

$$S = k_B \ln W, \tag{1.1}$$

где је $k_B = 1,38{\cdot}10^{-23}$ m^2 kg s^{-2} K^{-1} Болцманова константа. Што је већи број начина W распоређивања у дати положај, већа је и вероватноћа тог положаја (нем. *Wahrscheinlichkeit* - вероватноћа) и већа је ентропија S. Данас за вероватноћу користимо број од нула до један, а ову Болцманову називамо „статистичком вероватноћом”. Свеједно, гас у соби тежи стању веће вероватноће па тиме и веће ентропије.

Када нема дејства сила, спонтано, природа тежи ка стањима са већом вероватноћом, а отуда и са већом ентропијом. Болцман је својевремено разумео да је управо

[1] Ludwig Boltzmann (1844-1906), аустријски физичар.

то суштина Другог закона термодинамике: топлота спонтано прелази са тела више на тело ниже температуре.

1.3 Зашто ентропију називамо нередом?

То је помало погрешно.

Једнолико растурање молекула ваздуха по соби нам личи на неред, а повећање ентропије често препознајемо као повећање нереда, али не увек. Када је нешто врло вероватно, па се то и деси, ми ћемо га препознати и као правилност (а не само као велики неред). Појам нереда јесте интуитиван, али је непрецизан и нејасан, и зато је математички неприкладан.

Уместо „нереда” имамо бољи термин *неизвесност*. Пре реализације случајног догађаја имамо неизвесност, након реализације имамо *информацију*. Обе, неизвесност и информација се могу изразити истим бројем (1).

1.4 Ми смо на врху ланца вероватноћа?

Да, али то је релативно. Постоје други посматрачи који за себе сматрају исто, да су они у највероватнијим позицијама а да ми то нисмо. Једна врста таквих релативних посматрача су они који се крећу инерцијално, дакле оних који на себи не осећају дејство сила. Међу њима разликујемо оне у узајамно једноликом праволинијском кретању[2] од оних чије су међусобне брзине променљиве. Ова последња су тела у слободном паду у гравитационом пољу, а таква ћемо овде такође сматрати у инерцијалном кретању. Међутим, постоје и неинерцијални, убрзани системи за које опет важи њихов принцип вероватноће.

Са становишта посматрача у убрзаном систему вероватноће у неубрзаном су погрешне, али важи и обратно. Гомилање молекула гаса у соби која мирује у гравитационом пољу, посматрач из бестежинског стања у сателиту који кружи око Земље види као поремећај вероватноћа. Она соба која има већи такав поремећај налази се у јачем гравитационом пољу. Свеједно због чега, ако посматрач из једног система у другом опажа већи поремећај вероватноћа, он не само да тамо види мању ентропију истих одговарајућих својих стања, већ то значи да опажа и мању трансформацију неизвесности у информацију, што значи (релативно) спорије генерисање садашњости те спорије протицање времена.

Сваки од релативних посматрача у инерцијалном кретању узајамно константним брзинама једнако за себе сматра да је најдаље стигао у развоју догађаја ка највероватнијим. Сваки од инерцијалних посматрача за себе сматра да је најдаље стигао на путу ка највероватнијим стањима у односу на неинерцијалне посматраче.

[2] У физици се такви пордазумевају.

1.5 Други систем увек има мању ентропију?

Да, управо то објашњавам. Са становишта било којег сопственог инерцијалног система, сваки други па и онај неинерцијални, има нижу ентропију. Ваљда то није тако очигледно, јер је у физици стоји потпуно незапажено. Зато ћу то појаснити мало другачије.

Прво, зато што могу замислити да тело из једног инерцијалног система просто скочи у други (када би други имао једнаку или већу ентропију) без проласка кроз процес убрзавања, а знамо да се то у природи (на макро плану) не догађа. Када имамо два инерцијална координатна система K и K' који се узајамно крећу неком константном брзином v, онда K' има мању ентропију у односу на K, али и обрнуто K у односу на K' има мању ентропију.

Друго, док год тело убрзава тече му процес снижавања ентропије, јер би у противном у једном тренутку оно прешло у стање „спонтаног убрзавања”, када му за убрзавање више није потребно дејство неке силе (а знамо да се то не догађа). Затим је разумно претпоставити да и достигнути нивои брзина сваки имају своју ентропију, утолико мању што је тело убрзавањем стигло до веће брзине.

Треће, када са становишта једног посматрача (K) други (K') има мању ентропију, онда такав има мању реализацију случајних догађаја (неизвесност → информација) и мању производњу времена, садашњости. Тако гледајући, инерцијални систем у кретању има толико пута (γ) мању ентропију колико пута има спорији ток времена. Из специјалне теорије релативности знамо да је

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \tag{1.2}$$

где је Δt_0 протекло сопствено време (у систему K' у односу на посматрача тамо), Δt исто време протекло у односу на другог посматрача (посматрача из система K), v је брзина (система K' у односу на K), $c = 3 \cdot 10^8$ m/s брзина светлости у вакууму. Према томе, за ентропију важи релација

$$S = S_0/\gamma, \tag{1.3}$$

где је S_0 сопствена ентропија (коју види посматрач у свом инерцијалном систему K') а S је иста ентропија како је види посматрач из другог система (K).

1.6 Неизвесност производи време?

Тако је. Реализацијом случајних догађаја ослобађа се информација. Укупност тих информација је оно што називамо „садашњост”, а процес стварања садашњости је ток времена.

Када се не би производила информација, време би стало. Тамо где се она релативно мање производи, време иде спорије. Међутим, када смо у сопственом инерцијалном систему, тада имамо најбржу производњу времена, јер имамо највећу ентропију.

Посматрано из сопственог инерцијалног система координата (K), у сваком другом координатном систему (рецимо K') је нарушена вероватноћа. Она је нарушена у смислу да се не догађају највероватнији исходи, те се не производи довољно инфромације (релативно у односу на K), а тиме и времена. Зато се из сопственог (K) види успорен ток времена у другом инерцијалном систему (K') сагласно (2).

Према томе је и релативистичка дилатација времена такође последица принципа вероватноће. Ово је велико откриће, јер су и класична и релативистичка механика темељи детерминизма.

1.7 Слаже ли се то са квантном механиком?

Наравно. Ево објашњења.

У основи квантне механике су стања квантног система (често је то талас-честица, али може бити и било каква група честица, или група њихових особина), која се описују помоћу вектора $\psi(x,y,z,t)$ са $n = 1,2,3,\dots$ компоненти (са комплексним коефицијентима) у Еуклидском простору. Компоненте вектора стања представљају особине датог квантног система. Унутрашњи производ вектора стања (тзв. скаларни производ вектора) је реалан број $\psi^*\psi = |\psi|^2$ који представља вероватноћу. И ето потребе за принципом вероватноће.

Мерењем узимамо информацију из квантног система, али и обратно систем узима информацију из апаратуре за мерење. Када из квантног система добијемо информацију знамо да је део неизвесности тог система реализован. Ми смо систему смањили неизвесност на начин који објашњава ону (до данас) загонетну појаву у квантној механици, да „мерећи положај електрона дефинишемо његову путању" (цитирам Хајзенберга). Или преувеличано у чувеном примеру Шредингерове мачке: Тек отварајући кутију са (живом или мртвом) мачком и сазнајући да је мачка (рецимо жива) ми дефинишемо њено (исто) стање и пре отварања кутије.

1.8 Постоји ли закон одржања информације?

Да, углавном. Слично ентропији, информација се спонтано увећава или остаје иста. За разлику од ентропије која представља тренутну (количину) неизвесности ослобођену реализацијом случајног догађаја, информација нам стиже на исти начин и у датом тренутку представља исто, када дефинише нашу садашњост, али она затим постаје наша прошлост. За разлику од енергије за коју важи строги закон одржања, да „енергија само прелази из једног облика у други, а не може настајати из ничега нити нестајати у ништа", за информацију толика законитост не важи.

Међутим, када обавља експеримент у лабораторији, експериментатор добија информацију о процесима које проучава. То је већ једна гаранција да се информација одржава у преносу, неометена. Показује се да је то информација коју носи слободна честица. Зато што она може остати сачувана од места мерења до лаборанта, сматрамо да експеримент може бити доказ.

1.9 Када важи закон одржања информације у квантној механици?

Информација је константна увек када је и вероватноћа константна, а то је за стање квантног система $\psi = \psi(x,y,z,t)$ за које важи

$$\psi^*\psi = \text{const.} \tag{1.4}$$

Премештањем система у простору, или након протеклог времена, овде узимамо да је то дуж координате $\xi \in \{x,y,z,t\}$, промена вероватноће мора бити нула:

$$\frac{\partial}{\partial\xi}(\psi^*\psi) = 0,$$

$$\frac{\partial\psi^*}{\partial\xi}\psi + \psi^*\frac{\partial\psi}{\partial\xi} = 0. \tag{1.5}$$

То је диференцијална једначина која дефинише стање система ψ које чува информацију. Размотримо је кроз неколико примера.

Када Шредингерову једначину за $\psi = \psi(x,t)$ напишемо у облику

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial\psi}{\partial x^2} + U(x,t)\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}, \tag{1.6}$$

видимо да она изражава закон одржања енергије. Наиме, први сабирак је кинетичка енергија, други је потенцијална енергија, а на десној страни једнакости је укупна енергија. Маса честице је m, потенцијал $U(x,t)$ а $i = \sqrt{-1}$ је имагинарна јединица.

Једноставнија решења ове једначине добијамо када нема промена стања временом $\psi = \psi(x)$ и када је потенцијал функција само апсцисе $U = U(x)$. У најједноставнијем случају, за слободну честицу-талас, добијамо решење:

$$\psi(x) = Ae^{ikx}, \quad \frac{\hbar}{2m}k^2 = E, \quad p = \hbar k. \tag{1.7}$$

где је A реална константа, p импулс честице, k (реалан) таласни број, E енергија честице, $\hbar = h/2\pi$, $h = 6,626\cdot 10^{-34}$ Js је Планкова константа. Да за слободну честицу важи закон одржања информације (5) следи из следећег израчунавања:

$$\psi^*(x) = Ae^{-ikx}, \quad \psi(x) = Ae^{ikx},$$

$$\frac{\partial\psi^*}{\partial x} = -ik\psi^*, \quad \frac{\partial\psi}{\partial x} = ik\psi,$$

$$\frac{\partial\psi^*}{\partial x}\psi = -ik\psi^*\psi, \quad \psi^*\frac{\partial\psi}{\partial x} = ik\psi^*\psi,$$

$$\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial x} + \frac{\partial\psi^*}{\partial x}\psi = 0,$$

Према томе, важи једнакост (5). Међутим, информација није исто што и енергија, па можемо очекивати да нека решења Шредингерове једначине (6) не испуњавају услов одржања (5).

И заиста, за честицу у побуђеном стању, када $A = A(x)$ више није константа, сличним поступком налазимо

$$\frac{d\psi^*}{dx}\psi + \psi^* \frac{d\psi}{dx} = 2A\frac{dA}{dx} \neq 0, \tag{1.8}$$

када је извод $\frac{dA(x)}{dx} \neq 0$. Упоређујући са претходним, сада можемо додати да су овакве честице у неинерцијалним системима.

Обратно, ако је честица-талас у инерцијалном систему, тада ће важити закон одржања информације и биће задовољена једначина (5). Како то најелегантније доказати? Па, на пример помоћу Диракове једначине квантне механике:

$$\left[\beta mc^2 + c\left(\sum_{n=1}^{3}\alpha_n p_n\right)\right]\psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t}, \tag{1.9}$$

која је тако формирана да би била инваријантна на Лоренцове трансформације. Бити инваријантан (не мењати се том приликом) на Лоренцове трансформације овде овде преводимо у „бити у инерцијалном систему”.

Са позиције ове теорије, рећи да је нека једначина релативистичка има сасвим друго значење од уобичајеног у физици данас. Оно овде не значи поопштење, већ напротив рестрикцију на системе чија промена ентропије је нула, што значи конзервацију информације. Сагласно томе, нас овде не изненађује следећи резултрат. Из (9) следи, редом:

$$\left[\beta mc^2 + c\left(\sum_{n=1}^{3}\alpha_n p_n\right)\right]\psi\psi^* = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}\psi^*,$$

$$-\left[\beta mc^2 + c\left(\sum_{n=1}^{3}\alpha_n p_n\right)\right]\psi^*\psi = i\hbar\frac{\partial\psi^*}{\partial t}\psi,$$

а отуда

$$0 = i\hbar\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\psi^* + \frac{\partial\psi^*}{\partial t}\psi\right). \tag{1.10}$$

Према томе, у сваком случају важи (5), односно сва решења Диракове једначине су квантни системи који одржавају информацију константном.

Glava 2

Ентропија II

2.1 Нисам разумео онај део са теоријом релативности?

Овде подразумевамо принцип вероватноће, а то пре свега значи да случајни догађаји постоје, затим да постоје случајности са различитим вероватноћама исхода, те да се они случајни догађаји са већом вероватноћом чешће и догађају. То је чудно јер су обе механике, Њутнова и Ајнштајнова, најачи темељи детерминизма. Како у њиховим теоријама нема места за произвољности и вероватноће, тако се погрешно чини да је и остатак физичке реалности исти. Тако стоје ствари у физици данас и зато је мало теже разумети ова излагања која иду једним другим током. То је, да су случајности у природи реалност и да су механике само тако добро упаковане теорије да те случајности тешко примећујемо.

Даље претпостављамо да реализацијом случајних догађаја настаје информација чија укупност представља нашу садашњост. Реализацијом случајности неизвесност се претвара у информацију формирајући време. Више времена настаје када се у датом систему генерише више информације, што значи када су ентропије веће.

Теорија релативности (посебна и општа) овде наступа релативизирањем прво кретања а затим и времена. Рецимо да имамо два инерцијална координатна система K и K', при чему се овај други креће константном брзином v у односу на први. Тада се први креће такође једнолико праволинијски, али брзином $-v$ (супротног смера) у односу на другог. Сопствено време Δt_0 је оно које измери посматрач мирујући у свом, сопственом систему координата. Исто време мерено од стране другог посматрача износи $\Delta t = \gamma \Delta t_0$, где је коефицијент

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \tag{2.1}$$

Доследно, ако је S_0 сопствена ентропија, онда је $S = S_0/\gamma$, тј.

$$S = S_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < S, \quad v > 0, \tag{2.2}$$

иста ентропија посматрана из другог од поменутих система. Зато што посматач из другог система сопствену ентропију види већом од оне у систему који се креће, зато његов систем не прелази у то стање.

Наиме, спонтано, систем може прећи само у стања једнаке или веће ентропије. Да би систем прешао у стање мање ентропије потребно је дејство силе и убрзање које оно проузрокује.

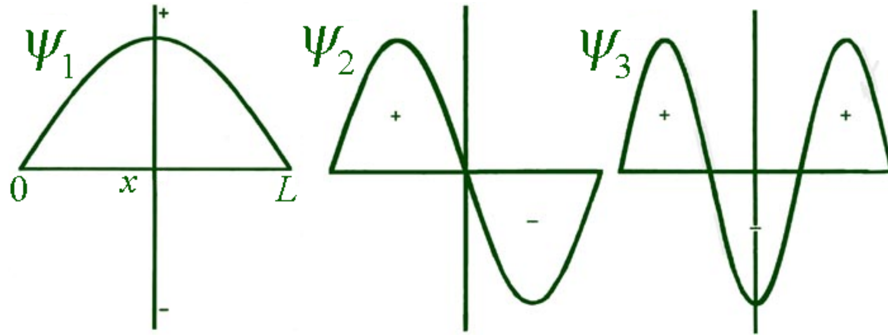
2.2 Има ли неки пример?

На пример, Доплеров ефекат и квантна механика. Електрон у кретању мења своју таласну дужину (у односу на непокретни систем), а тиме и вероватноћу свога положаја или импулса. Уопште, кретањем се мења (кинетичка а тиме и) укупна енергија честице, што доводи до промена њене таласне функције и вероватноћа.

Рецимо, за електрон који се креће на дужини L апсцисе (x-осе), таласне функције могу бити облика

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \tag{2.3}$$

На слици 2.1 видимо прве три такве функције, од којих је прва $\psi_1(x) = \sqrt{2/L}\sin(\pi x/L)$.



Slika 2.1: Таласи ψ_1, ψ_2 и ψ_3.

Како су вероватноће $P_n = \psi_n^* \psi_n$, то за прву функцију добијамо:

$$\psi_1(0) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin 0 = 0, \quad \psi_1\left(\frac{L}{2}\right) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{\pi}{2} = \sqrt{\frac{2}{L}}, \quad \psi_1(L) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \pi = 0.$$

Амплитуда је нула на крајевима интервала, за $x = 0$ и $x = L$, а максимална је на средини, за $x = \pi/2$. Квадрирањем добијамо вероватноћу

$$P_n(x) = \frac{2}{L} \sin^2 \frac{\pi x}{L}, \tag{2.4}$$

што је у првом случају максимално $P_1(\pi/2) = 2/L$.

У следећем примеру погледајмо третирање честице у квантној механици у једном познатом случају када ња њу не делују и када делују силе. Шредингерова једначина за слободну честицу (без дејства сила) је

$$-\frac{\hbar}{2m}\nabla^2\psi(\mathbf{r},t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\mathbf{r},t), \tag{2.5}$$

где је m маса честице, $\mathbf{r}$ вектор положаја честице, t време. У квантној механици је познато да ова једначина није инваријантна на локалну фазну трансформацију

$$\psi(\mathbf{r},t) \to \Psi(\mathbf{r},t) = e^{i\alpha(\mathbf{r},t)}\psi(\mathbf{r},t), \tag{2.6}$$

која представља промењиву транслацију, кретање честице промењивом брзином. Вероватноће стања остају једнаке ($\Psi^*\Psi = \psi^*\psi$), али се мењају друге особине. Да се вероватноће густина честице у кретању мењају можете видети у [2]. У прилогу који је тамо наведен, анализирана је једно-димензионална Шредингерова једначина

$$i\hbar\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2} - F_x\psi(x,t), \tag{2.7}$$

где је F_x сила која делује дуж x-осе. За разлику од (5), ова једначина је инваријантна на трансформације (6), када се оне односе само на апсцису.

2.3 Тело у кретању нема већу топлотну енергију?

Тако је. Инерцијалним кретањем се телу, релативно у односу на посматрача у мировању, повећава само кинетичка енергија. У једноликом праволинијском кретању константном брзином v, специјална теорија релативности открива да тело има укупну енергију $E = \gamma E_0$, при чему је енергија тог тела у мировању $E_0 = m_0c^2$, где је m_0 маса тела у мировању а $c = 3\cdot 10^8$ m/s је брзина светлости у вакууму. Разлика тих енергије кретања и мировања износи:

$$E - E_0 = E_0(\gamma - 1) = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right) \approx \frac{m_0c^2}{2}, \tag{2.8}$$

а то је кинетичка енергија тела. Дакле ту нема места за неку промену топлотне енергије Q која је у основи термодинамичке ентропије, у једначини

$$S = \frac{Q}{T}, \tag{2.9}$$

где је T апсолутна (у Келвинима) температура тела.

Према (2) сада за температуру (T) тела у кретању добијамо

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \tag{2.10}$$

где је T_0 температура истог тела у мировању. Дакле, топлотна енергија тела у релативном кретању остаје иста ($Q = Q_0$), али се температура повећава са релативистичким фактором γ.

Напомињем да су ови резултати сасвим другачији од оних са којима ради савремена релативистичка термодинамика. Ова теорија је појединачно у складу и са (класичном) термодинамиком и са теоријом релативности, али се не слаже са тзв. релативистичком термодинамиком.

2.4 Температура тела у кретању је већа?

Да, према (10), али ево и додатних објашњења. Температура је врста мере количина кретања молекула тела. Ми знамо да су та кретања ротације, осцилације, треперења молекула, али сада само додајемо да је ту и транслација молекула која долази од простог праволинијског кретања тела.

Повећану температуру тела у кретању препознајемо у трентку када тело удари у препреку и заустави се. У том тренутку се кинетичка енергија претвара у топлотну, а у првим моментима топлота тела остаје иста она коју је тело имало у кретању - у оба случаја у односу на истог посматрача у мировању.

Да ли такву температуру можемо директно мерити? Тешко са топломером који мирује, осим можда у струји неких гасова мале вискозности. Знамо да се тело које пропада кроз атмосферу загрева. Загревање површине на коју под правим углом наилази флуид молекула (приближно) константне брзине, са почетне температуре T_0 на температуру T пропорционално је густини флуида и квадрату његов брзине, а то је у посебним случајевима супстанци у складу са (10).

2.5 Шта је са ентропијом у Њутновом пољу?

Ради једноставности, инерцијалним кретањем називамо не само једнолико праволинијска кретања специјалне теорије релативности, већ уопште свако кретање у одсуству сила, па тако и слободан пад у гравитационом пољу. Сопствено време Δt_0, ентропија S_0 или енергија E_0 су оне вредности које опажа посматрач (док мирује) у свом инерцијалном систему.

Тело масе M на удаљености r од центра масе на тело масе m делује Њутновом привлачном гравитационом силом

$$F_g = \frac{GMm}{r^2}, \tag{2.11}$$

где је $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m}^3\ \mathrm{kg}^{-1}\ \mathrm{s}^{-2}$ гравитациона константа. Са друге стране, на сателит масе m који брзином v ротира по кружници полупречника r око истог центра гравитације делује центрифугална сила

$$F_c = \frac{mv^2}{r}. \tag{2.12}$$

Како су ове две силе (тада) у равнотежи, то из $F_g = F_c$ следи

$$v^2 = \frac{GM}{r}, \tag{2.13}$$

што је познати резултат из класичне механике. Овде га примењујемо на ентропију (2) и добијамо

$$S = S_0\sqrt{1 - \frac{GM}{rc^2}}. \tag{2.14}$$

То је новина. Доследно даље, зато што је сателит у инерцијалном кретању, његова сопствена ентропија и даље је S_0, док је ова мања вредност S она која се опажа са неког другог инерцијалног система, посебно са оног изван гравитационог поља (јер када $r \to \infty$ тада $S \to S_0$).

Зато што тело не може спонтано прећи из стања релативно веће у стање релативно мање ентропије, зато сателит из једне кружне орбите не може спонтано прећи у другу. Сличан резултат се може добити и посматрањем неке друге путање слободног пада, која није кружна.

2.6 Њутнова гравитација успорава време?

Тако испада, сада због смањења ентропије. Из (14) следи да посматрано изван гравитационог поља (далеко од тог поља) време у сателиту које „слободно пада" по кружници полупречника r у гравитационом пољу, тече утолико спорије колико је та орбита ближа центру. То успоравање је дато формулом

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{GM}{rc^2}}}, \tag{2.15}$$

где је Δt_0 сопствено време сателита, а Δt то време мерено од (статичног) посматрача изван поља. Ово је последица закључка да време тече спорије тамо где се ствара мање информације, односно где је релативни поремећај вероватноћа такав да посматрач изван поља види мању производњу времена.

Међутим, ми не знамо[1] каква је брзина протицања времена тела које мирује унутар гравитационог поља. До те процене могли бисмо доћи размишљајући на следећи начин. Тачка која мирује а којом у датом тренутку сателит пролази брзином (13) дефинише догађај простор-времена чија инфинитезимална околина представља покретни референтни система. Њему одговарајући је (инфинитезимална околина) догађај у сателиту у тренутку мимоилажења. У односу на (сопствено време сателита Δt_0) сопствено време уоченог догађаја ($\Delta t_0'$) иде спорије. Користимо познату релативистичку дилатацију и добијамо, редом:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{GM}{rc^2}}} = \frac{\Delta t_0'}{\sqrt{1 - \frac{GM}{rc^2}}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t_0'}{\left(\sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}}\right)^2} \approx \frac{\Delta t_0'}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}}},$$

[1] Овде говоримо са становишта не-релативистичке теорије.

па када посматрамо само $\Delta t'_0$ као сопствено време тачке која мирује у пољу, онда га можемо означити и са Δt_0, те је

$$\Delta t \approx \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}}}. \tag{2.16}$$

Показаће се да и општа теорија релативности даје исти резултат.

Када се опет вратимо на ентропију, видимо да ентропија тачке која мирује у гравитационом пољу виђена изван гравитационог поља износи

$$S \approx S_0\sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}}, \tag{2.17}$$

где је S_0 сопствена, а S иста релативна ентропија посматрана изван поља.

2.7 Каква је ентропија у релативистичкој гравитацији?

Претходне резултате добићемо анализирајући метрику централно симетричног гравитационог поља тела масе M, попут Земљиног или Сунчевог, на удаљености r од центра масе. То је ситуација еквивалентна претходној, сада представљена Шварцшилдовом метриком у сферним координатама

$$ds^2 = \frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{rc^2}} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) - \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)c^2dt^2. \tag{2.18}$$

То је интервал 4-димензионалних догађаја, који је инваријанта релативистичког простор-времена. Скраћено пишемо $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2$, па први део

$$dl^2 = \frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{rc^2}} + r^2 d\Omega^2, \tag{2.19}$$

називамо просторни интервал, а други део

$$c^2dt_0^2 = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)c^2dt^2 \tag{2.20}$$

називамо сопствено време. Брзину светлости у вакуму, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, користимо ради изједначавања физичких јединица, тако да је cdt_0 мали (инфинитезимални) пут који светлост пређе за одговарајуће кратко време dt_0. Сопствено време dt_0 је оно време које види посматрач мирујући у гравитационом пољу, док је dt исто време посматрано од стране посматрача такође у мировању, али изван гравитационог поља, односно на великој удаљености од центра поља ($r \to \infty$).

Према томе је

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}}}, \tag{2.21}$$

где Δt_0 сопствено време посматрача у гравитационом пољу, а Δt је исти временски интервал виђен од посматрача изван гравитационог поља. То се слаже са претходним резултатом (16), за који сада можемо рећи да се односи на слаба поља типа (18). Истом претходном логиком, сада добијамо

$$S = S_0\sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}}, \tag{2.22}$$

где су S_0 и S сопствена ентропија иста ентропија виђена од посматрача изван поља.

У гравитационом пољу молекуле ваздуха у соби гомилају се према дну, што је са становиша посматрача из бестежинског стања мање вероватан распоред. Отуда је и ентропија S мања од ентропије S_0. Међутим, посматрач у гравитационом пољу осећа присуство гравитационе силе, због које ће он свој помало нагомилани распоред молекула сматрати оптималан, а сопствену ентропију максималном. Са становишта ситуације у којој се налази, за посматрача у пољу, свака друга ентропија мора изгледати мањом.

Вратимо се опет на израз (18). Када је материјална тачка у слободном паду у гравитационом пољу, кажемо да се она налази у малом, локалном инерцијалном систему. Са њеног становишта, она за сопствено време dt_0 прелази сопствени пут dl_0 по фиксираним тачкама гравитационог поља, које још увек можемо сматрати да припадају посматрачу (у мировању) изван поља (када $r \to \infty$). Сопствена брзина тачке у пољу је $v_0 = \frac{dl_0}{dt_0}$ и она се мења од тачке до тачке.

Како је 4-дим интервал за оба поменута становишта инваријантан, $ds = ds_0$, обзиром да је за фиксну тачку у пољу $dl = 0$, из (18) добијамо:

$$0^2 - \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)c^2dt^2 = dl_0^2 - c^2dt_0^2,$$

$$dt^2 = \left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)\frac{dt_0^2}{1 - \frac{2GM}{rc^2}},$$

$$dt = \sqrt{\frac{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}{1 - \frac{2GM}{rc^2}}}\,dt_0. \tag{2.23}$$

У случају слабих, Њутнових поља добијамо приближно

$$dt \approx \frac{dt_0}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2} + \frac{v_0^2}{c^2}}}, \tag{2.24}$$

а то се на кружној путањи, када је $v_0 = \frac{GM}{r}$, своди на (15).

Овде су укратко демонстриране само неке од сагласности ове теорије (о мањој ентропији у јачем гравитационом пољу) са обе механике, Њутновом и Ајнштајновом. Зато што не може спонтано прећи из стања више у стање ниже ентропије, тело не може прећи из сопствене путање слободног пада у неку другу (укључујући и мировање у пољу). Дубљи узрок томе је релативност саме ентропије, а још дубљи, релативизирање вредности „највероватнијег исхода”. Са друге стане, последица овог релативизирања су закон инерције и гравитација.

2.8 Има ли смисла ентропија у детерминизму?

Нема. Међутим, детерминизам класичне и релативистичке механике је привидан, јер се случајности и у инерцијалним системима неизбежно догађају на начин који нам је теже видљив. Рецимо на микро плану. Из квантне механике је познато да сам вакуум није апсолутно празан и да је поприште вероватносних догађања. Са друге стране, сва та релативна времена не би могла стати у четири димензије простор-времена. Ево зашто.

Када се тела крећу дуж једне апсцисе различитим али константним брзинама, све њихове временске (t) и просторне (x) осе налазе се у једној равни при чему су међусобно нагнуте под углом зависно од узајамних брзина. Сва њихова узајамна кретања су са константним брзинама и они су увек у узајамно инерцијалним системима за која (сва) су довољне само две димензије. Тада нема потребе за још једном временском осом, нити за случајношћу. Слично се догађа и ако су брзине произвољне (у сва три просторна правца), али и даље константне. Довољна је само једна временска димензија, односно 4-димензионално простор-време, да опише све такве релативне инерцијалне системе.

Међутим, ако постављамо временске осе под различитим угловима у односу на једну нормалу на 3-дим простор, тако да се угао отклона може мењати слободно ка различитим правцима тог простора, тада су нам потребне три димензије времена. Свака од тих димензија времена дефинише независтан правац напредовања ентропија, односно правац максималног пораста вероватноћа.

Потреба за три временске плус три просторне димензије се у присуству неинерцијалних система (ротација је пример таквог који није гравитација), може се доказати и помоћу Урисонове дефиниције димензије, када се примети да се у неинерцијалном систему не могу синхронизовати сатови. О томе сам већ писао па сада нећу понављати.

2.9 Закључак.

Гравитација је универзална сила у смислу да подједнако делује на све масе, па и на ентропије свих учесника. Са друге стране, у природи делују и друге врсте сила. Оне су селективне попут електричног набоја, али сам их овде избегавао помињати јер би ми могле отежати ово (надам се) једноставно тумачење принципа вероватноће, ентропије, другог закона термодинамике и инерције.

Bibliografija

[1] Растко Вуковић: *Ентропија I* - питања и одговори[2], Бања Лука, август 2016.

[2] Растко Вуковић: *Ентропија II* - једноставне анализе[3], Бања Лука, август 2016.

[2]Ентропија I: www.academia.edu/27910295/

[3]Ентропија II: www.academia.edu/27983259/